Méthode forfaitaire: les points fixes sont pondérés d'un facteur arbitraire par rapport aux branches
Méthode isotrope: Toutes les branches sont pondérées de la même valeur, à savoir 1)

Accroissements des branches sur X et Y

$$Dx := \begin{bmatrix} 0.001 \\ 10.21 \\ 9.97 \\ -.30 \\ .00 \\ 0.05 \\ 10.44 \\ 9.77 \\ 9.99 \\ 20.00 \end{bmatrix} \quad Dy := \begin{bmatrix} -.001 \\ -0.46 \\ .33 \\ -9.88 \\ -10.00 \\ 10.47 \\ -.58 \\ .39 \\ -9.77 \\ -10.00 \end{bmatrix}$$

Chaque élément de ces vecteurs correspond aux projections sur X et Y de chaque branche

La branche 1-4 (5) est un point fixe
La branche 1-6 (10) est un point fixe

Matrice d'assemblage du réseau

Matrice de taille m branches * n noeuds
avec Rij = -1 si Nd_Depart(i) = j
Rij = +1 si Nd_Arrivee(i) = j
Rij = 0 sinon

Matrice de pondération

Matrice diagonale de taille m branches
avec Wii = 1 si compensation isotrope
sinon:
Wii = 100 si la branche est une entrée
Wii = 1 sinon
sinon:
Wii = pondération au sens des moindres carrés

$$R := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$W := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 100 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}$$

Matrice de compensation

Méthode forfaitaire

$$B := R^T \cdot W \cdot R$$

$$B = \begin{bmatrix} 203 & -1 & 0 & -100 & -1 & -100 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & -1 \\ -100 & 0 & 0 & 101 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 & 4 & -1 \\ -100 & 0 & -1 & 0 & -1 & 102 \end{bmatrix}$$

Second membre

Méthode forfaitaire

$$Qx := R^T \cdot W \cdot Dx \qquad Qy := R^T \cdot W \cdot Dy$$

$$Qx = \begin{bmatrix} -2.02 \cdot 10^3 \\ 0.29 \\ 10.27 \\ -10.44 \\ 10.61 \\ 2.009 \cdot 10^3 \end{bmatrix} \qquad Qy = \begin{bmatrix} 2.01 \cdot 10^3 \\ 9.68 \\ 10.21 \\ -999.42 \\ -21.21 \\ -1.009 \cdot 10^3 \end{bmatrix}$$

Méthode isotrope

$$Br := R^T \cdot R$$

$$Br = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 3 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & -1 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

Méthode isotrope

$$Qrx := R^T \cdot Dx \qquad Qry := R^T \cdot Dy$$

$$Qrx = \begin{bmatrix} -40.199 \\ 0.29 \\ 10.27 \\ -10.44 \\ 10.61 \\ 29.47 \end{bmatrix} \qquad Qry = \begin{bmatrix} 30.229 \\ 9.68 \\ 10.21 \\ -9.42 \\ -21.21 \\ -19.49 \end{bmatrix}$$

Coordonnées des noeuds

Méthode forfaitaire

$$X := B^{-1} \cdot Qx \qquad Y := B^{-1} \cdot Qy$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 \cdot 10^{-3} \\ 10.257 \\ 20.264 \\ -0.001 \\ 10.217 \\ 20 \end{bmatrix} \qquad Y = \begin{bmatrix} -1 \cdot 10^{-3} \\ -0.23 \\ -0.01 \\ -9.999 \\ -10.36 \\ -10 \end{bmatrix}$$

Méthode isotrope

$$Xr := Br^{-1} \cdot Qrx \qquad Yr := Br^{-1} \cdot Qry$$

$$Xr = \begin{bmatrix} 1 \cdot 10^{-3} \\ 10.226 \\ 20.224 \\ -0.138 \\ 10.163 \\ 19.953 \end{bmatrix} \qquad Yr = \begin{bmatrix} -0.001 \\ -0.183 \\ 0.06 \\ -9.855 \\ -10.289 \\ -9.907 \end{bmatrix}$$

Comparaison entre les méthodes

$$DeltaX := X - Xr \qquad DeltaY := Y - Yr$$

$$DeltaX = \begin{bmatrix} -2.487 \cdot 10^{-13} \\ 0.031 \\ 0.039 \\ 0.137 \\ 0.054 \\ 0.048 \end{bmatrix} \qquad DeltaY = \begin{bmatrix} 2.487 \cdot 10^{-14} \\ -0.047 \\ -0.07 \\ -0.144 \\ -0.071 \\ -0.093 \end{bmatrix}$$

La méthode isotrope est la plus rapide et n'a pas besoin de matrice de pondération. La matrice de compensation est identique pour les trois axes. L'inconvénient de cette méthode est le non-respect de la condition de non-déplacement des points fixes. On réservera cette méthode pour le calcul rapide.

La méthode complète utilise les pondérations aux moindres carrés. La matrice de pondération est différente pour chaque axe et la matrice de compensation doit être calculée pour chaque axe. Cette méthode est la plus précise mais est la plus longue en temps. On la réservera pour le calcul définitif d'un réseau. Elle respecte la condition de non-déplacement des points fixes.

La méthode forfaitaire respecte en pratique la condition de non-déplacement des points fixes et la matrice de compensation est identique pour les trois axes. Cette méthode est guère plus longue que la méthode isotrope, donne de très bons résultats et est donc à privilégier. On implantera cette méthode dans un code de calcul spéléométrique.